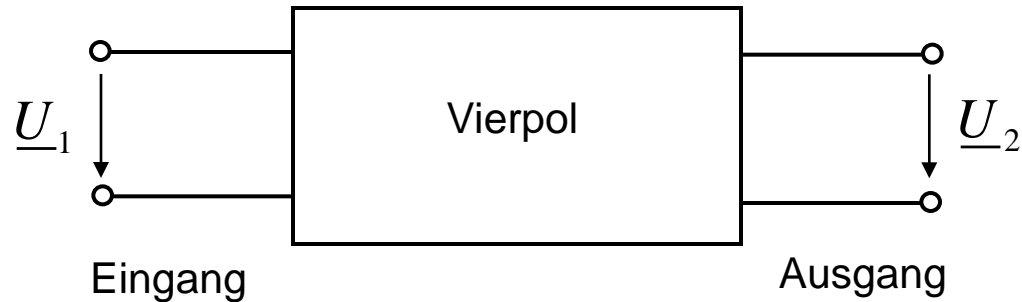




9.8 Frequenzgang linearer Vierpole (R-L-C-Netzwerke)

9.8.1 Vierpole und Frequenzgang

Bei der Verarbeitung von Signalen treten die einzelnen Übertragungsglieder meist als Block mit einem Ein- und Ausgang auf. Solche Blöcke werden als *Vierpole* bezeichnet.



Das Wechselstromverhalten des Vierpols wird beschrieben durch den *Frequenzgang* $\underline{H}(j\omega)$:

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1}$$

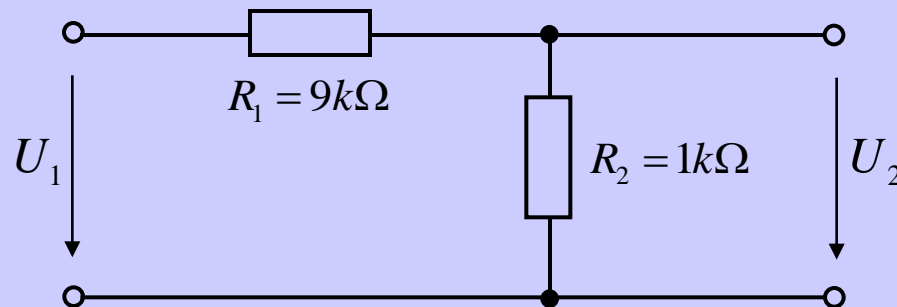


9.8.2 Logarithmischer Betrag des Frequenzgangs

In der Signalverarbeitung wird der *Betrag des Frequenzgangs* oft in Dezibel (dB) angegeben.

$$A_U = 20 \cdot \log \left(\left| \frac{U_2}{U_1} \right| \right)$$

Beispiel: Spannungsteiler



$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} = \frac{1}{10} = 0.1$$

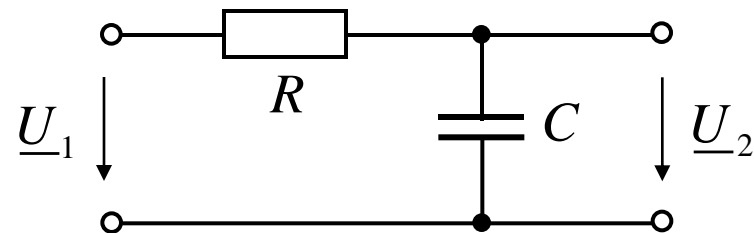
$$A_U = 20 \cdot \log(0.1) = -20 \text{ dB}$$



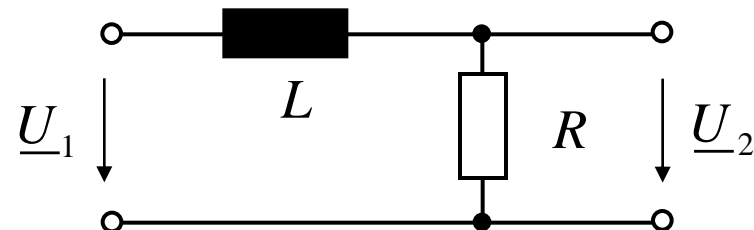
ÜBUNG: Elementare Vierpole

- Geben Sie den Frequenzgang der folgenden (unbelasteten) Vierpole an. Gegen welche Werte strebt der Frequenzgang bei $f \rightarrow 0$ und $f \rightarrow \infty$?
- Bestimmen Sie Betrag und Phase der Vierpole.
- Bestimmen Sie die Frequenz f_g , bei der gilt $\operatorname{Re}\{\underline{H}\} = \operatorname{Im}\{\underline{H}\}$.
- Wie groß ist der Betrag des Frequenzganges bei der Frequenz f_g ?
- Wie ändert sich bei sehr hohen Frequenzen der Betrag des Frequenzganges bei einer verzehnfachung der Frequenz?

1. RC-Tiefpass

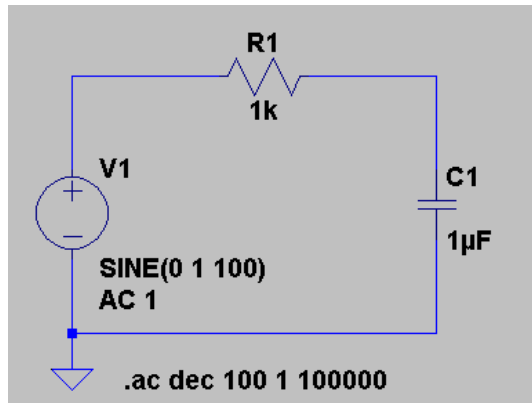


2. LR-Tiefpass



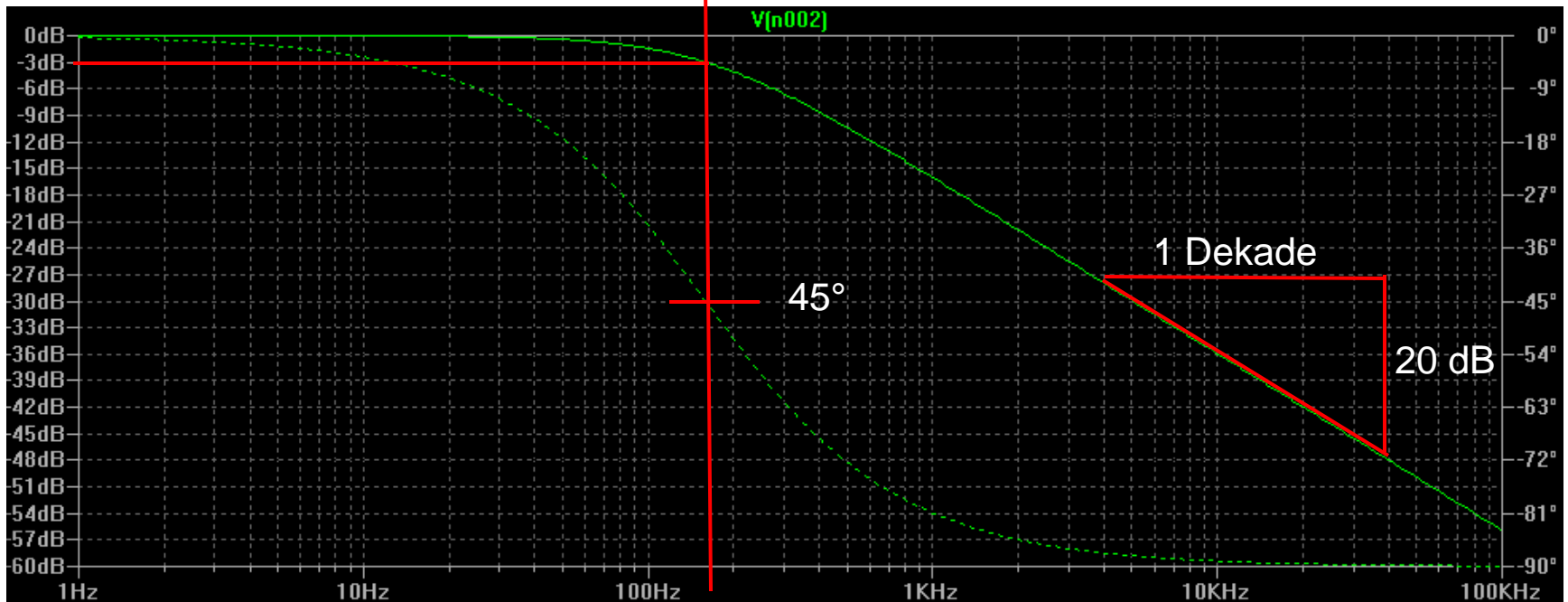


Simulation mit SwCad III : Frequenzgang des RC-Tiefpasses



$$f_g = \frac{1}{2\pi RC} = \frac{1}{2\pi \cdot 1000 \frac{V}{A} \cdot 10^{-6} \frac{As}{V}} = 159 \text{ Hz}$$

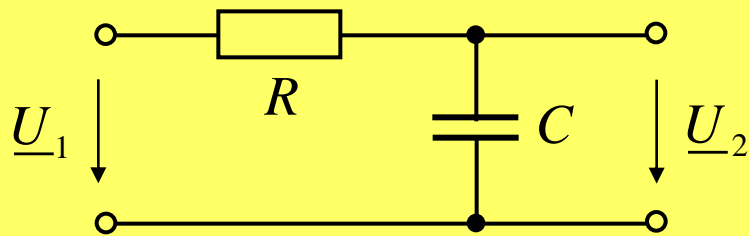
Betrags-Phasen-Darstellung des Frequenzgangs (*Bode-Diagramm*)



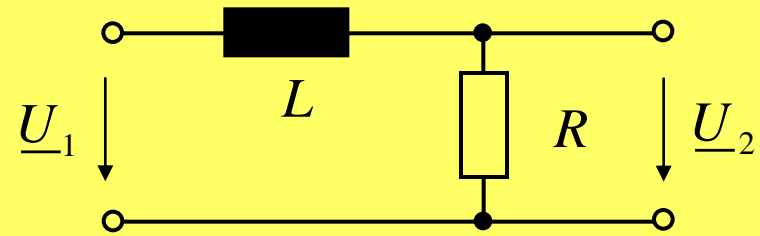


9.8.3 Grenzfrequenz elementarer Übertragungsglieder (1. Ordnung)

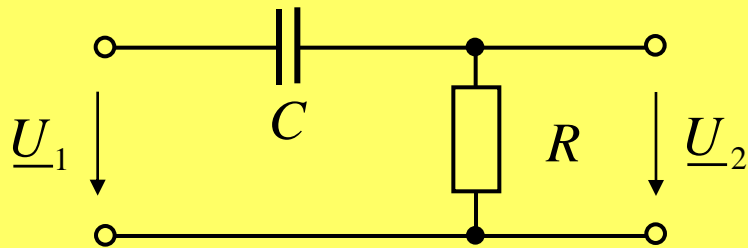
RC-Tiefpass



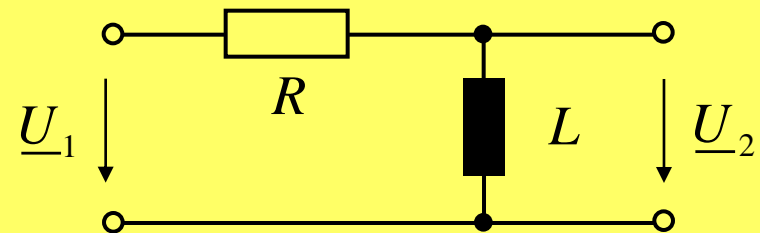
RL-Tiefpass



RC-Hochpass



RL-Hochpass



Die Grenzfrequenz f_g elementarer Übertragungsglieder ist die Frequenz, wo gilt: $\operatorname{Re}\{\underline{H}\} = \operatorname{Im}\{\underline{H}\}$

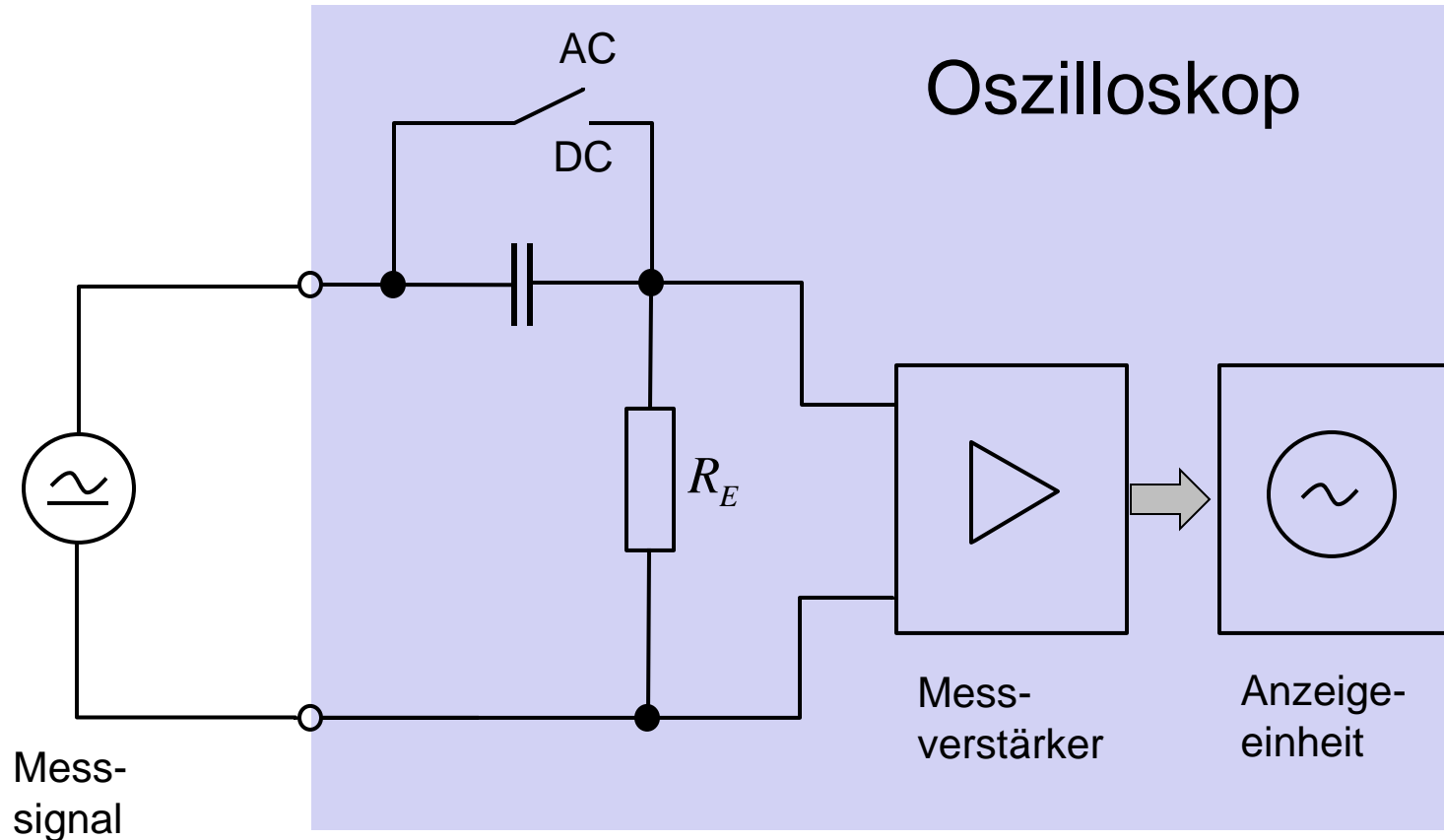
Bei der Grenzfrequenz gilt ebenso:

$$|\varphi(f_g)| = 45^\circ$$

$$|H(f_g)| = \frac{1}{\sqrt{2}} \hat{=} 20 \cdot \log\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) \text{ dB} = -3 \text{ dB}$$



ANWENDUNG : AC-Betriebsart von Oszilloskopen 1

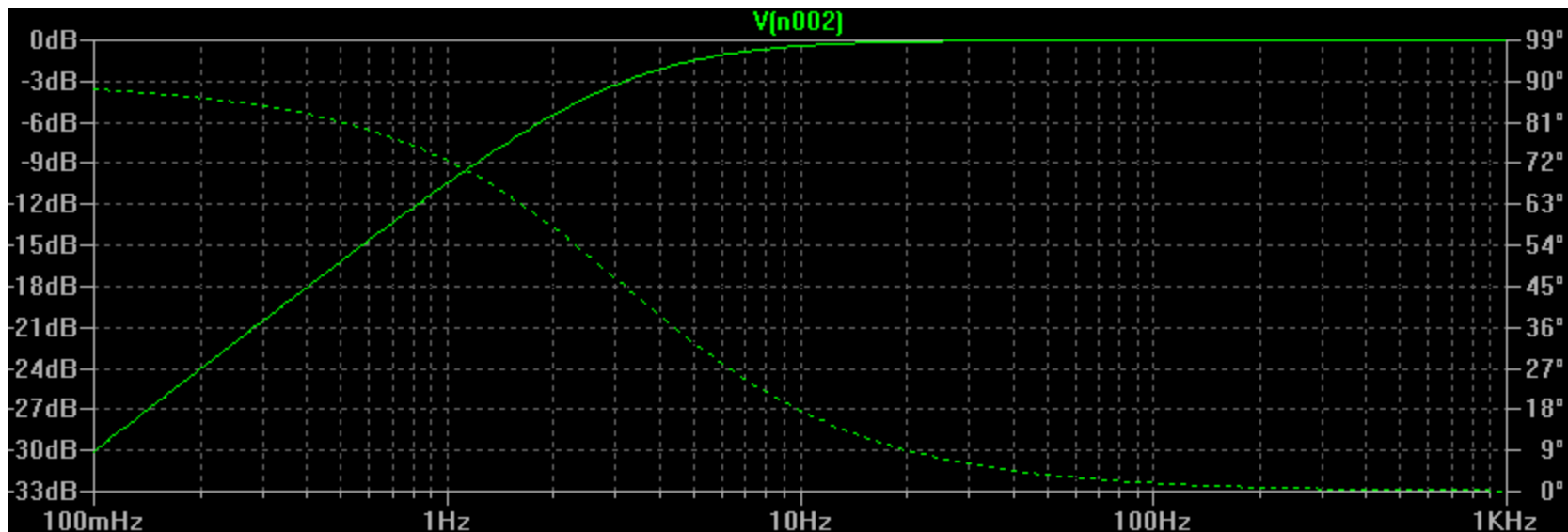
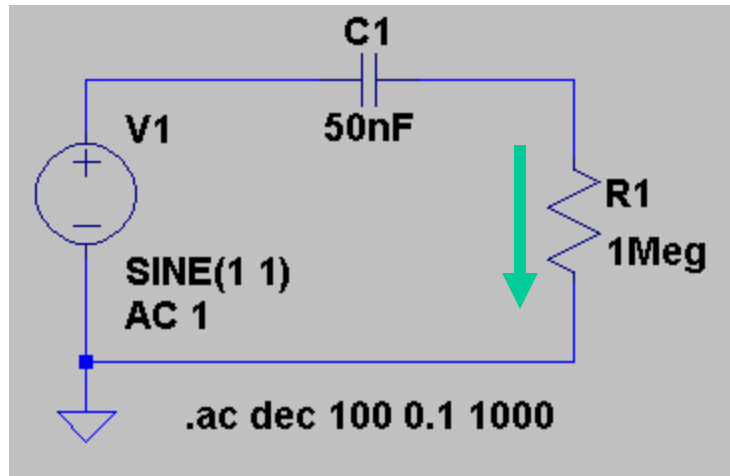


Die Betriebsart AC bei Oszilloskopen wird eingesetzt, wenn eine kleine Wechselspannung gemessen werden soll, der ein hoher Gleichanteil überlagert ist.

Beispiel: $u(t) = 10V + 0.02V \cdot \sin(\omega t)$



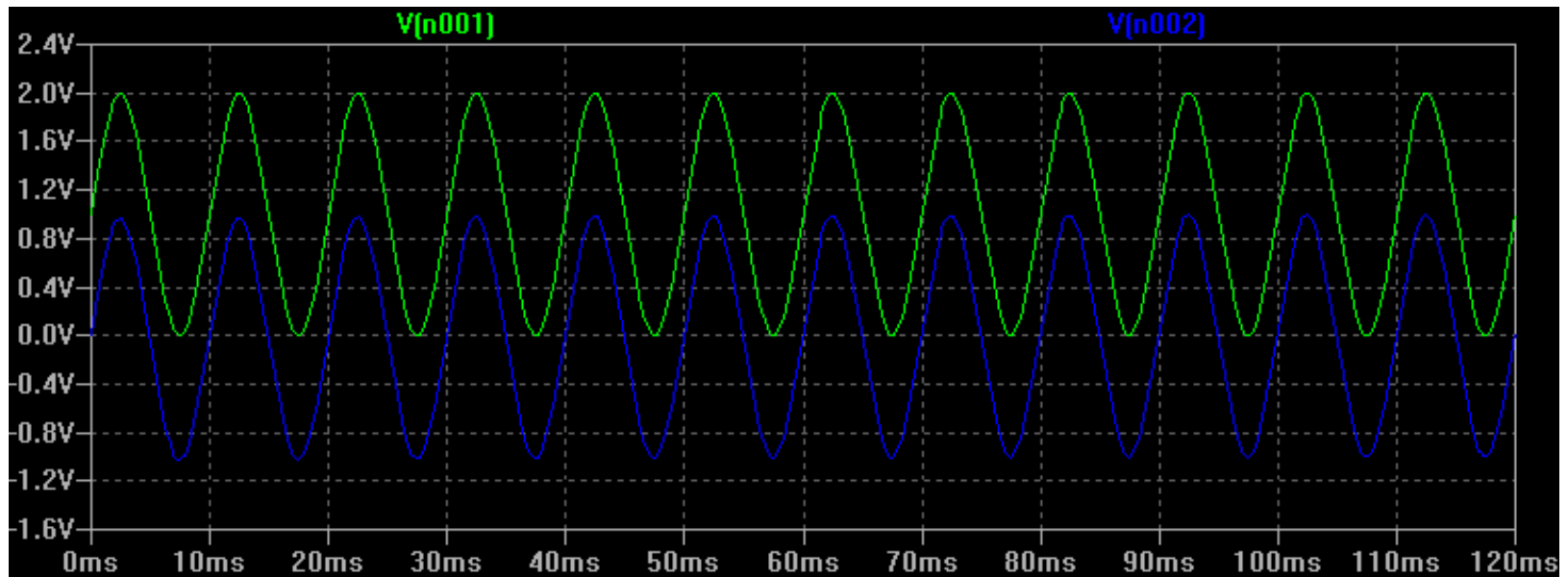
ANWENDUNG : AC-Betriebsart von Oszilloskopen 2





ANWENDUNG : AC-Betriebsart von Oszilloskopen 3

Mischspannung $u(t) = 1V + 1V \cdot \sin(\omega t)$, $f=100$ Hz

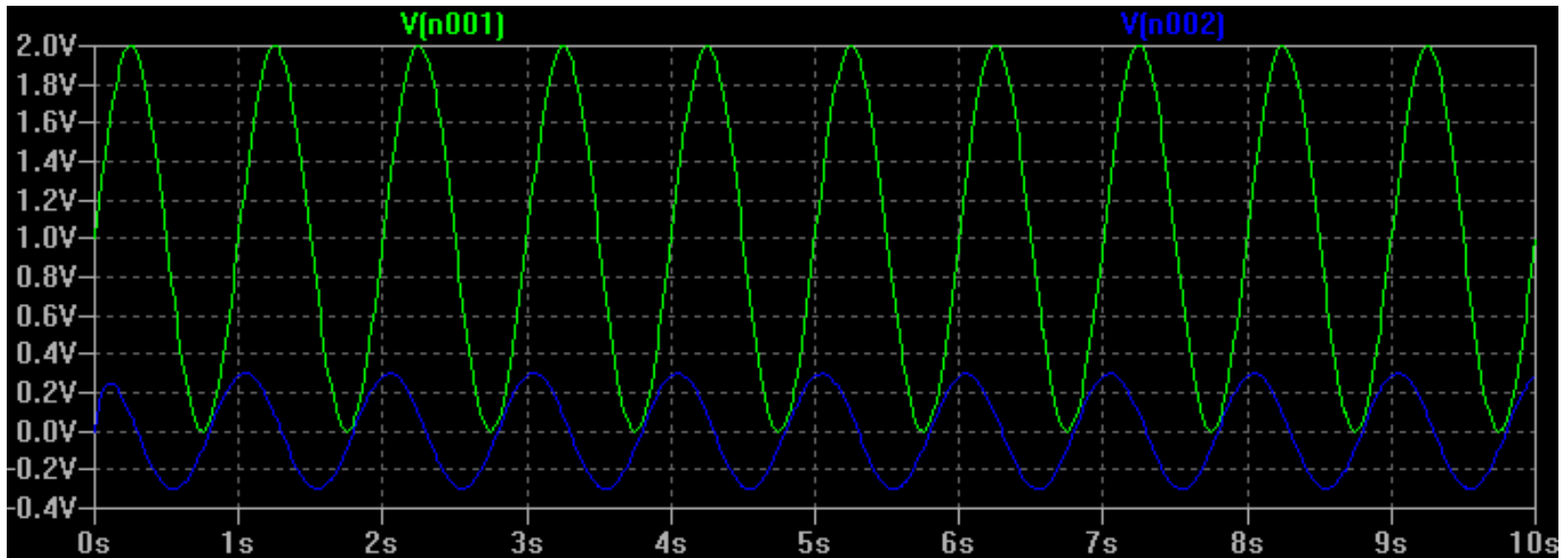


Eingangsspannung
gemessene Spannung



ANWENDUNG : AC-Betriebsart von Oszilloskopen 4

Mischspannung $u(t) = 1V + 1V \cdot \sin(\omega t)$, $f=1$ Hz



Eingangsspannung
gemessene Spannung

In der Nähe und unterhalb der Grenzfrequenz
wird eine zu kleine Spannung angezeigt !



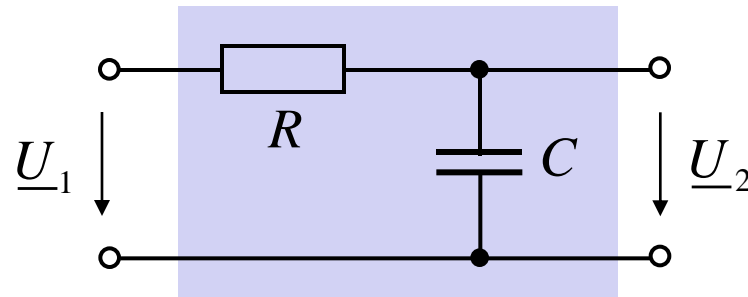
ÜBUNG: Belastete Vierpole

Geben Sie das Verhältnis $\underline{U}_2(j\omega)/\underline{U}_1(j\omega)$ der beiden Schaltungen an.

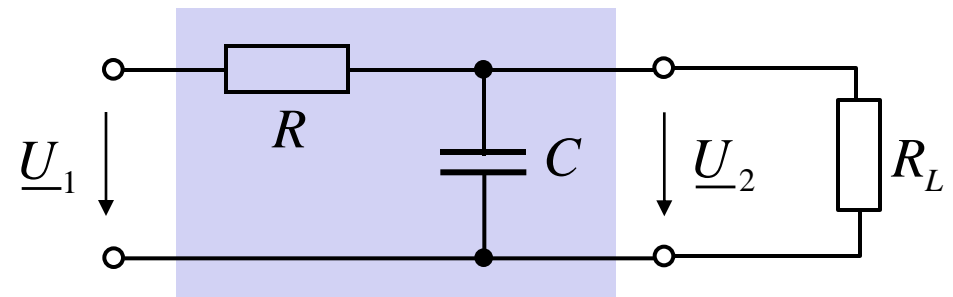
Vergleichen Sie die Ergebnisse.

Welche Schlussfolgerung ist daraus zu ziehen?

1. unbelasteter RC-Tiefpass



2. belasteter RC-Tiefpass

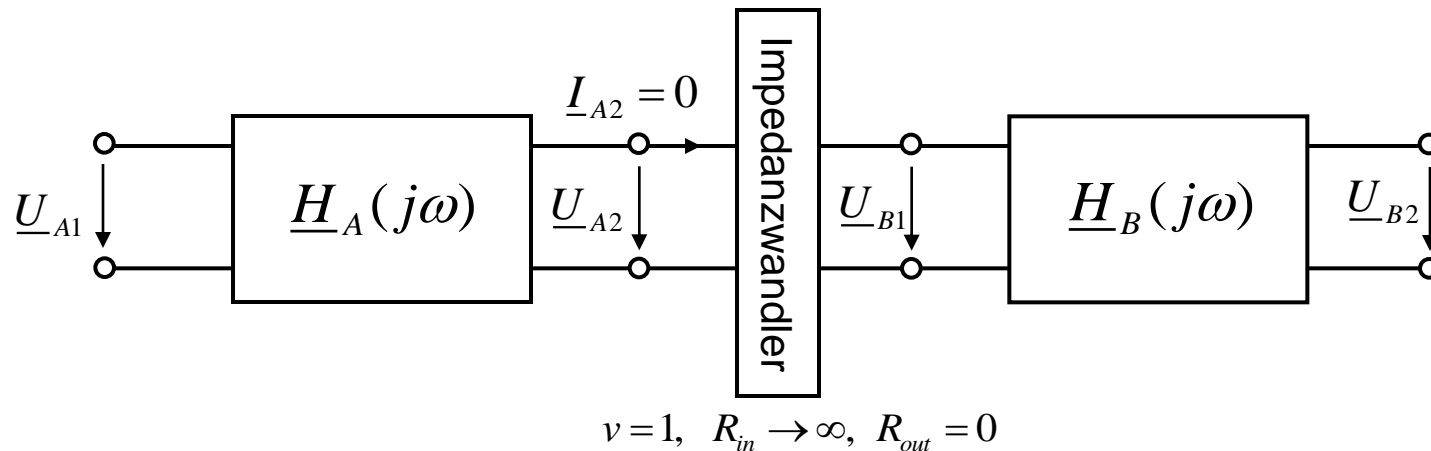




9.8.4 Serienschaltung entkoppelter Vielpole

Für die Serienschaltung entkoppelter (unbelasteter) Vierpole gilt:

$$\underline{H}(j\omega) = \underline{H}_A(j\omega) \cdot \underline{H}_B(j\omega)$$



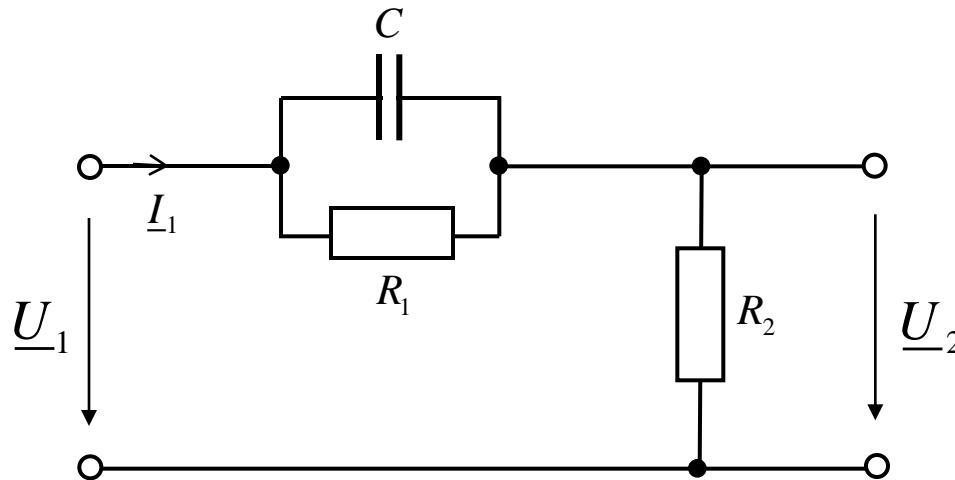
Beweis: Wegen der Eigenschaften des Impedanzwandlers gilt: $\underline{U}_{B1} = \underline{U}_{A2}$

$$\text{und damit } \underline{H}(j\omega) = \underbrace{\frac{\underline{U}_{B2}}{\underline{U}_{B1}}}_{\underline{H}_B(j\omega)} \cdot \underbrace{\frac{\cancel{\underline{U}_{A2}}}{\underline{U}_{A1}}}_{\underline{H}_A(j\omega)} = \frac{\underline{U}_{B2}}{\underline{U}_{A1}}$$



ÜBUNG: Vierpol 1 (Hochpass)

- a) Geben Sie die Eingangsimpedanz \underline{Z}_1 des unbelasteten Vierpols an.
Wie groß ist die Eingangsimpedanz bei $f \rightarrow 0$, $f \rightarrow \infty$ und $f \rightarrow 1\text{kHz}$.
- b) Geben Sie den Frequenzgang des Vierpols an.
Wie lautet der Frequenzgang bei $f \rightarrow 0$, $f \rightarrow \infty$ und $f \rightarrow 1\text{kHz}$?

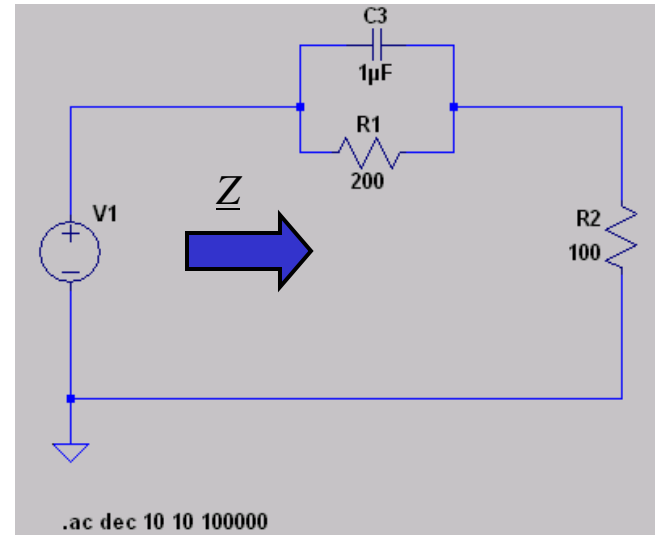


$$\begin{aligned}C &= 1\mu\text{F} \\R_1 &= 200\Omega \\R_2 &= 100\Omega\end{aligned}$$

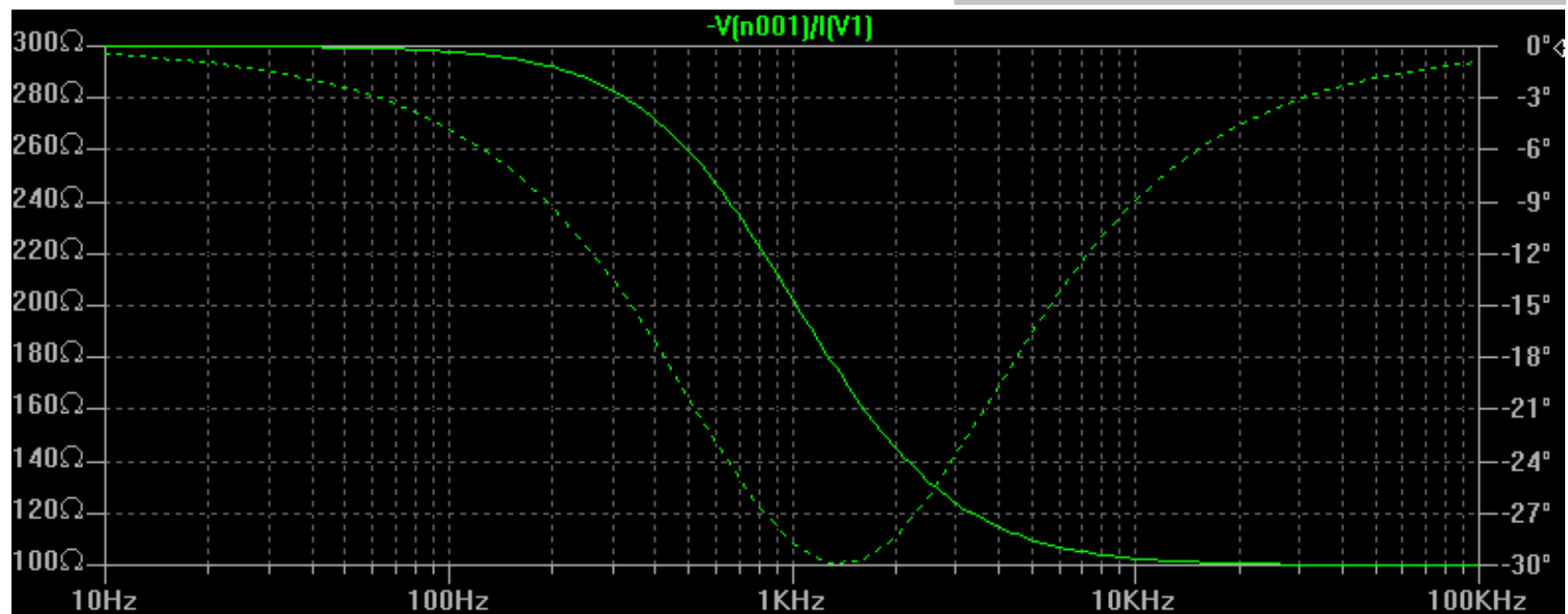
Anm.: Eingangsimpedanz $\underline{Z}_1 = \frac{\underline{U}_1}{\underline{I}_1}$



Simulation mit SwCad III

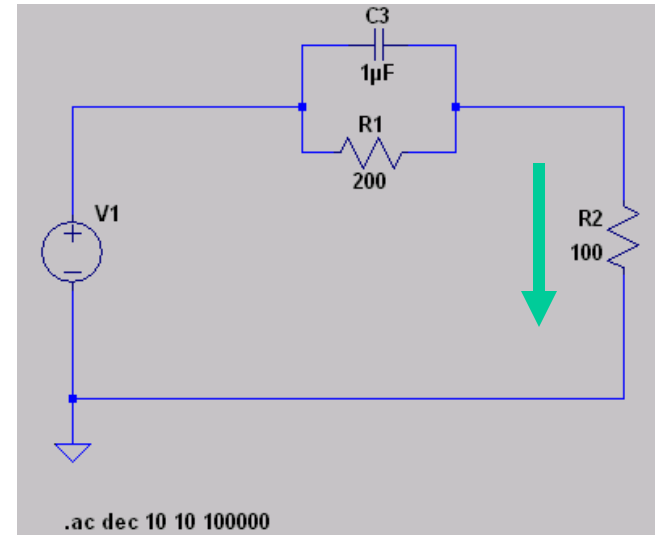


Eingangsimpedanz Z

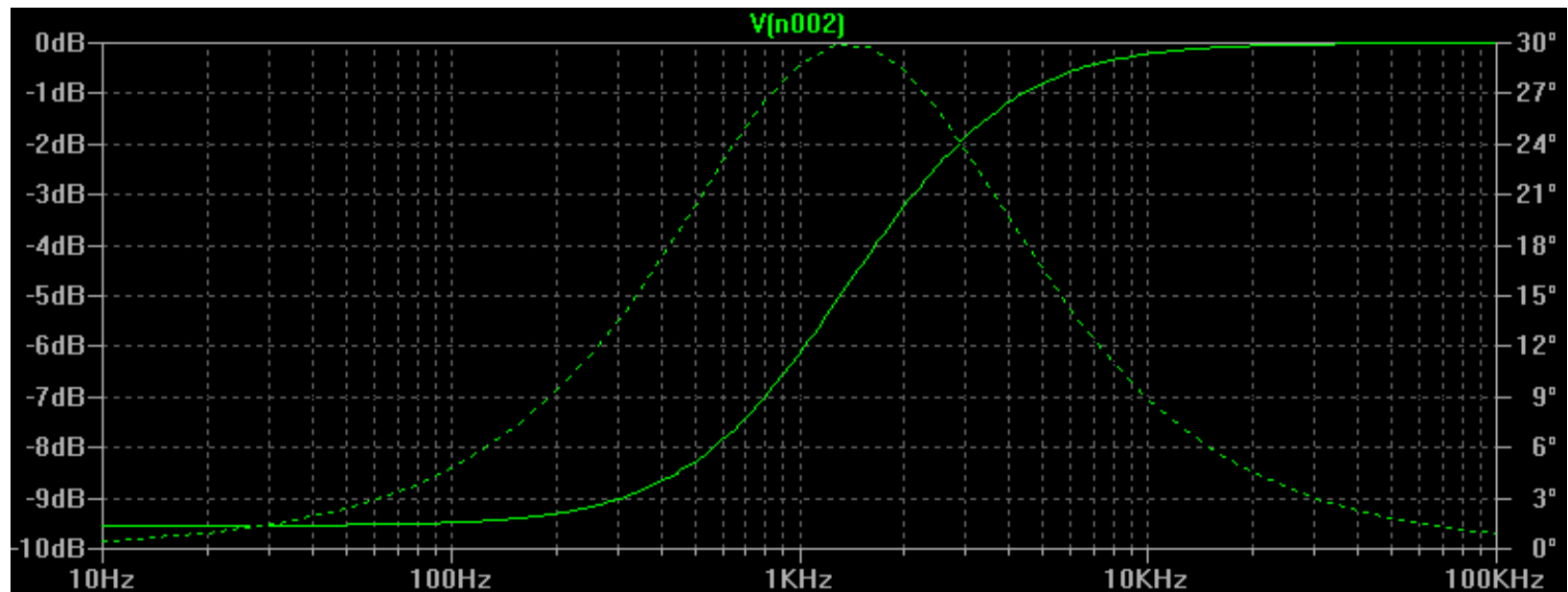




Simulation mit SwCad III



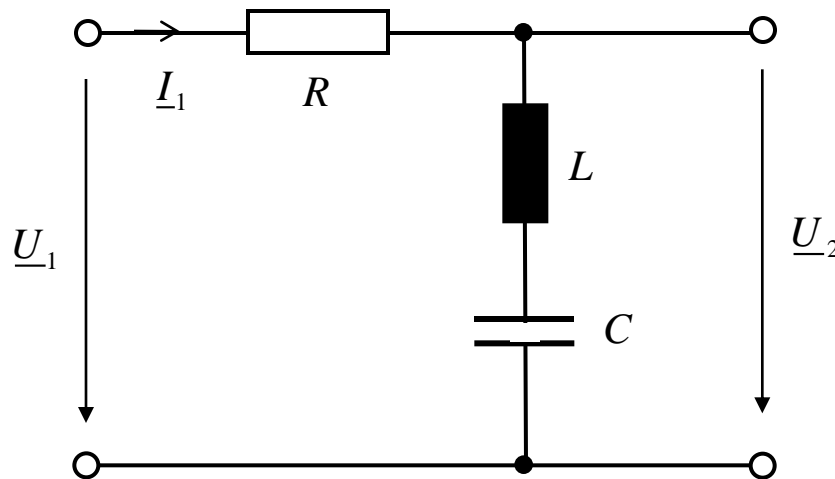
Frequenzgang $\underline{H}(j\omega)$





ÜBUNG: Vierpol 2 (Reihenschwingkreis)

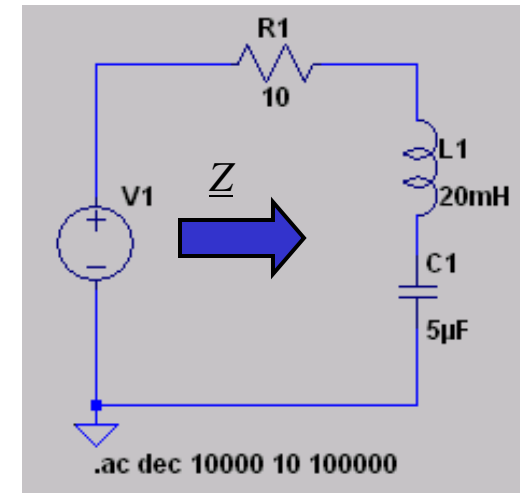
- a) Geben Sie die Eingangsimpedanz \underline{Z}_I des unbelasteten Vierpols an.
Wie groß ist die Eingangsimpedanz bei $f \rightarrow 0$ und $f \rightarrow \infty$.
- b) Bei welcher Frequenz (Resonanzfrequenz f_0) ist die Impedanz rein reell und wie groß ist dann die Eingangsimpedanz \underline{Z}_I ?
- c) Geben Sie die Frequenzgang des Vierpols an.
Wie lautet der Frequenzgang bei $f \rightarrow 0$, $f \rightarrow \infty$ und f_0 ?



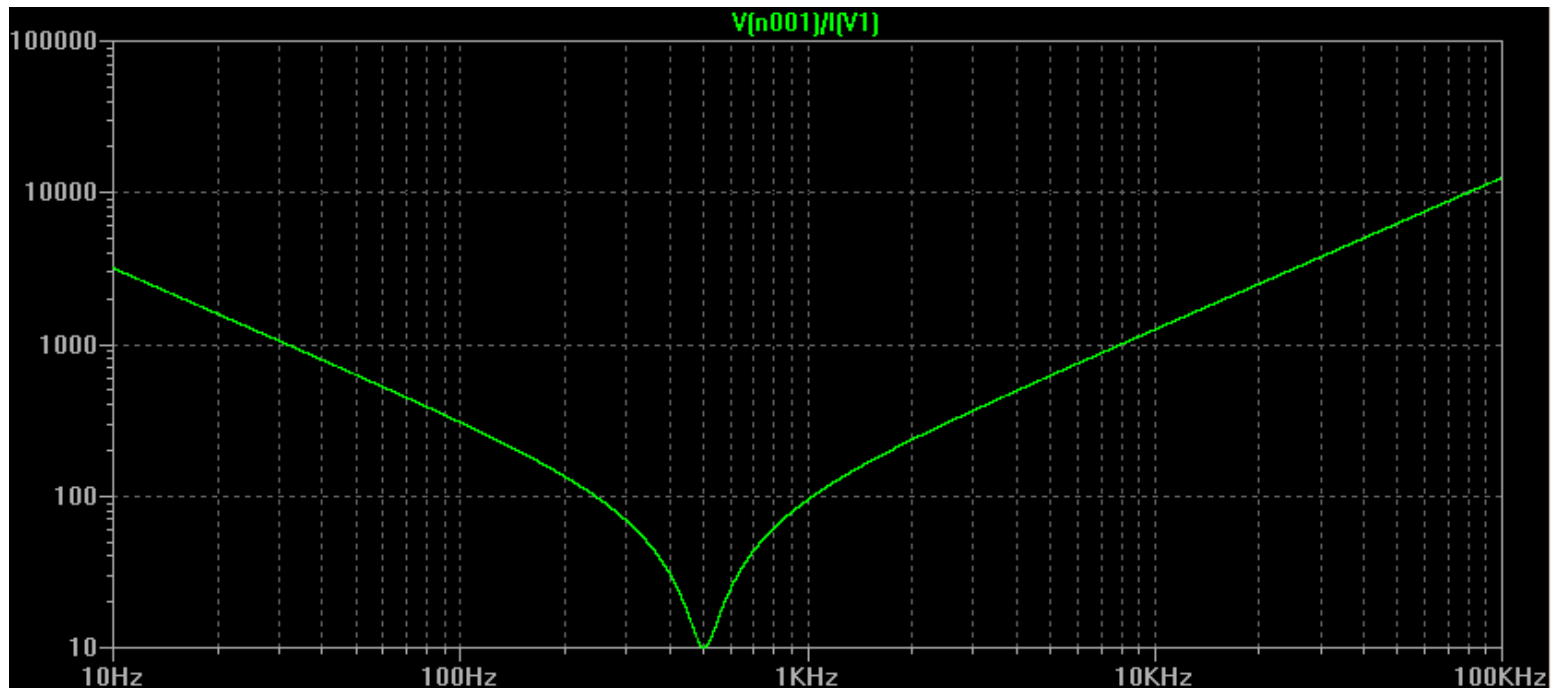
$$\begin{aligned} R &= 10\Omega \\ C &= 5\mu F \\ L &= 20mH \end{aligned}$$



Simulation mit SwCad III

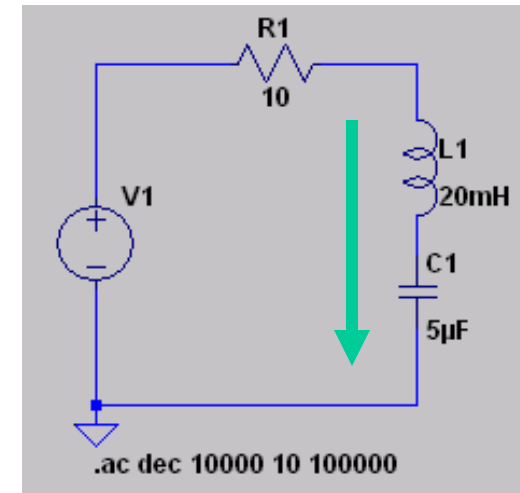


Eingangsimpedanz Z

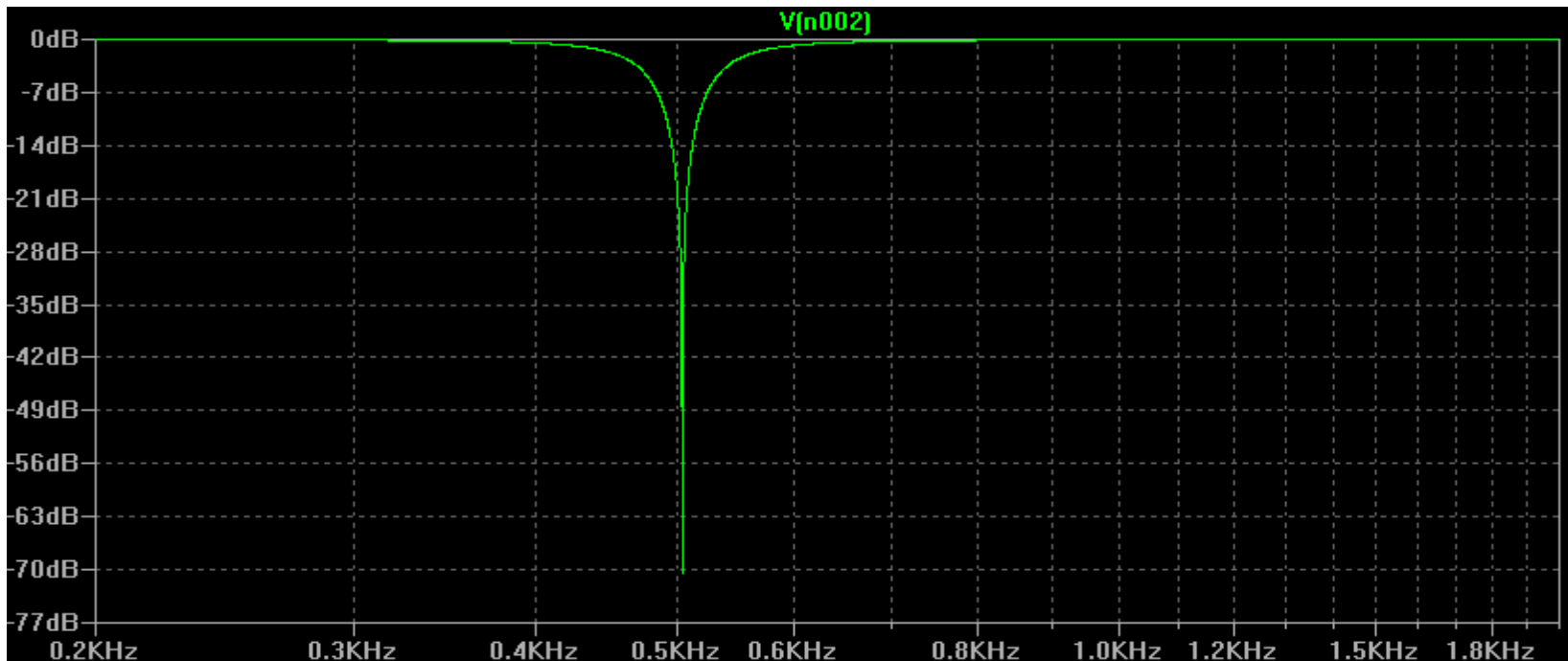




Simulation mit SwCad III



Frequenzgang $H(j\omega)$

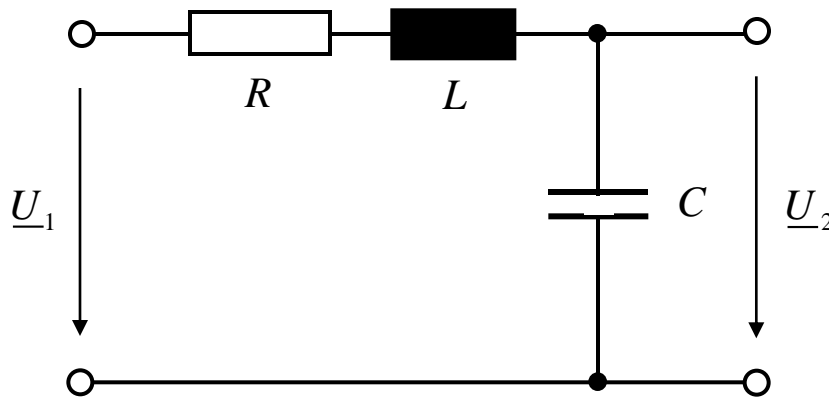




ÜBUNG: Vierpol 3 (Reihenschwingkreis)

Geben Sie den Frequenzgang des Vierpols an.

Wie lautet der Frequenzgang bei $f \rightarrow 0$, $f \rightarrow \infty$ und f_0 ?



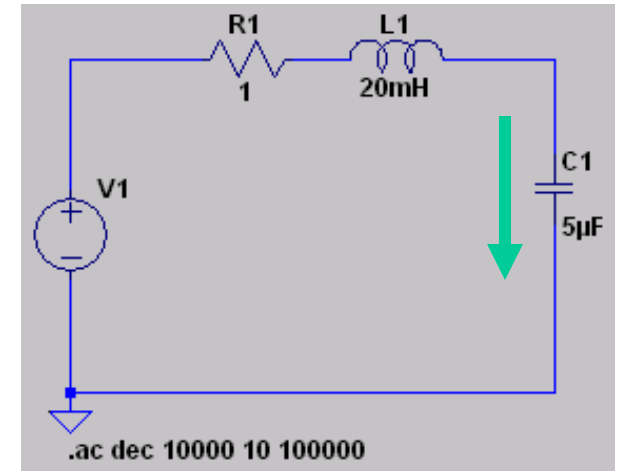
$$R = 1\Omega$$

$$C = 5\mu F$$

$$L = 20mH$$



Simulation mit SwCad III



Frequenzgang $H(j\omega)$

